

ENTPE cours Mécanique des sols

Méthodes de calcul en stabilité des pentes

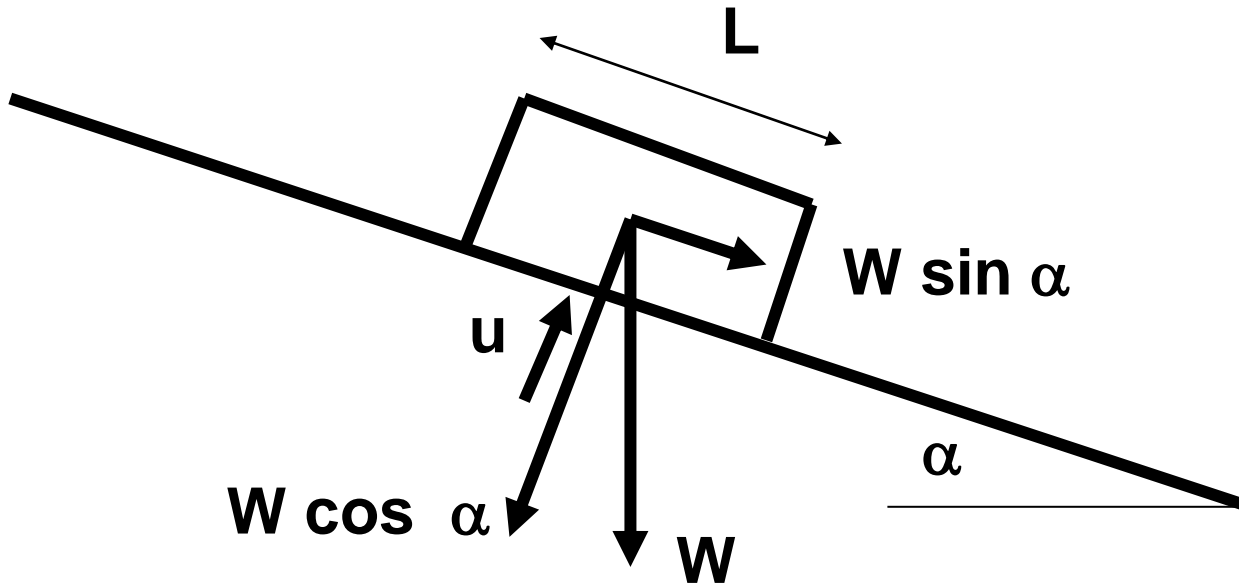
R.M. Faure

Principes de base

- Une partie mobile du sol glisse sur une partie fixe
- Le frottement est défini par la loi de Coulomb
- Les forces motrices sont celles de la pesanteur
- La surface de rupture est la clé pour l'interprétation et la compréhension du phénomène
- Les équations sont basées sur l'équilibre d'un bloc posé sur un plan incliné

Equation du plan incliné

- Force résistante : $c'L + (W \cos \alpha - u L) \tan \phi'$

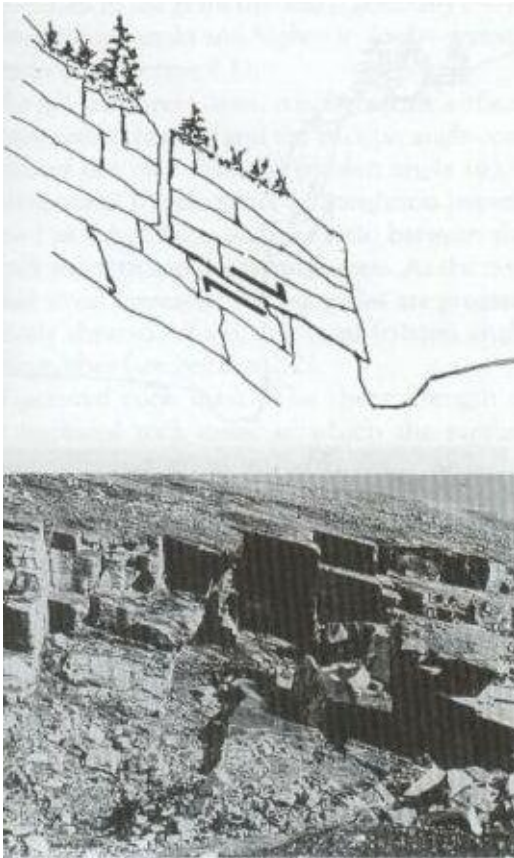


Coefficients de sécurité

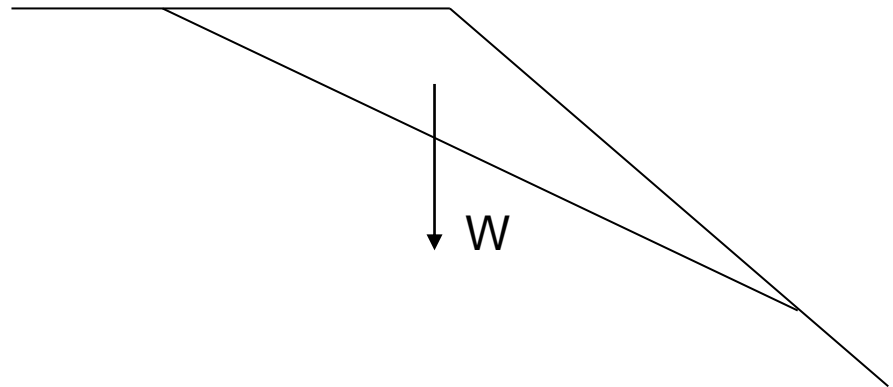
	Définition	Formule	Commentaires
1	Rapport de contraintes	$F = \tau_{\max} / \tau$	Méthodes à la rupture
2	Rapport de forces	$F = E_{\text{résist}} / E_{\text{moteur}}$	Direction de déplacement
3	Rapport de moment	$F = M^t_{\text{résist}} / M^t_{\text{moteur}}$	Rotation
4	Paramètres réduits	$p = p / F$	cf Eurocodes
5	Probabilité à x%	Distribution de F	cf Monte Carlo
6	Marge de sécurité	par ex : H / H_{\max}	sur une grandeur
7		Utilisation logique floue	en développement

Les trois premiers coefficients sont mécaniquement équivalents

Un plan de rupture

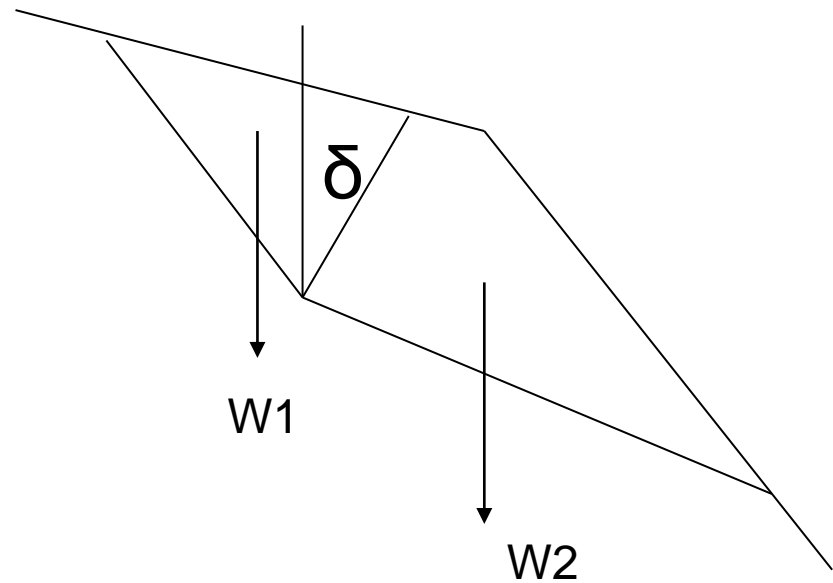
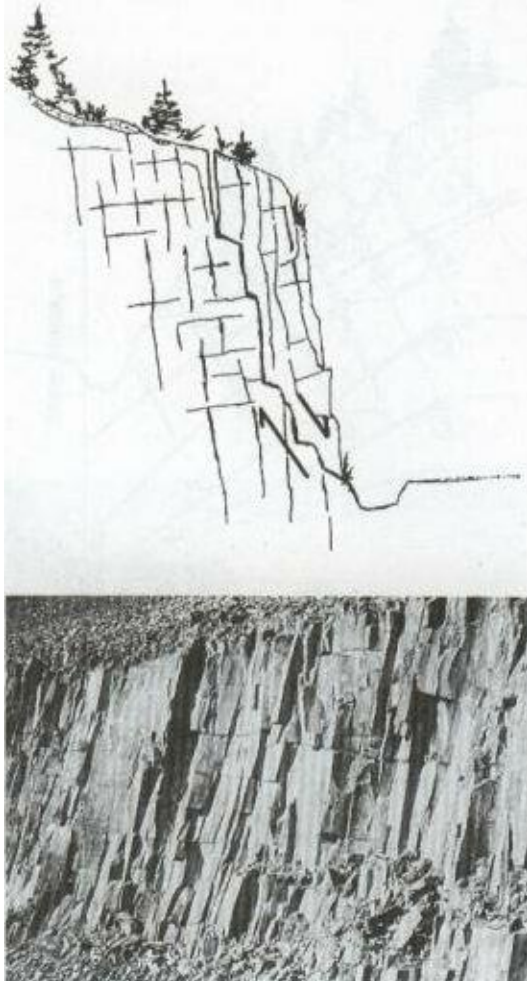


C'est l'équilibre d'un plan incliné



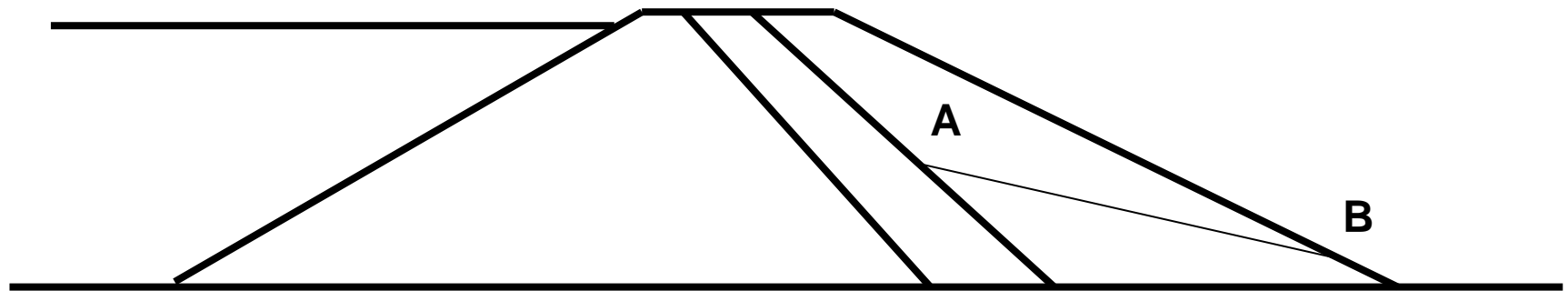
$$F(\alpha) = (c'L + W \cos \alpha \tan \varphi') / W \sin \alpha$$

Deux plans de rupture




δ est une inconnue auxiliaire et on cherche son minimum

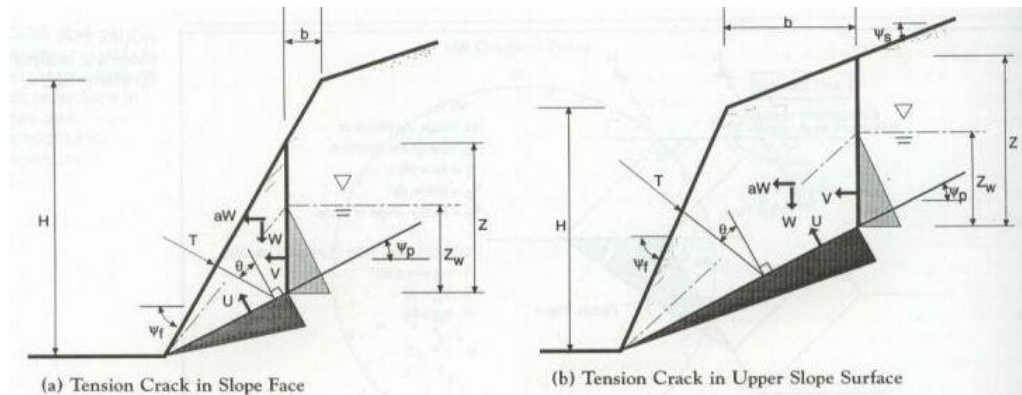
Cas des barrages à noyau



On se fixe A, B varie et on cherche F mini  pente AB

On fait varier A  F de la recharge

Bloc à face verticale



The stability equations are as follows:

For Case a:

Depth of tension crack:

$$Z = (H \cot \Psi_f - b) (\tan \Psi_f - \tan \Psi_p)$$

Weight of block:

$$W = (\frac{1}{2}) \gamma_r H^2 [(1 - Z/H)^2 \cot \Psi_p (\cot \Psi_p \tan \Psi_f - 1)]$$

Area of sliding plane:

$$A = (H \cot \Psi_f - b) \sec \Psi_p$$

For Case b:

Depth of tension crack:

$$Z = H + b \tan \Psi_f - (b + H \cot \Psi_f) \tan \Psi_p$$

Weight of block:

$$W = (\frac{1}{2}) \gamma_r (H^2 \cot \Psi_f X + bHX + bZ)$$

$$X = (1 - \tan \Psi_p \cot \Psi_f)$$

Area of sliding plane:

$$A = (H \cot \Psi_f + b) \sec \Psi_p$$

For either Case a or b:

Uplift water force:

$$U = (\frac{1}{2}) \gamma_w Z_w A$$

Driving water force:

$$V = (\frac{1}{2}) \gamma_w Z_w^2$$

Factor of safety:

$$FS = \frac{[cA + \{W(\cos \Psi_p - a \sin \Psi_p) - U - V \sin \Psi_p + T \cos \theta\} \tan \phi]}{[W(\sin \Psi_p + a \cos \Psi_p) + V \cos \Psi_p - T \sin \theta]}$$

where

H = height of slope face;

Ψ_f = inclination of slope face;

Ψ_p = inclination of upper slope face;

Ψ_p = inclination of failure plane;

b = distance of tension crack from slope crest;

a = horizontal acceleration, blast or earthquake loading;

T = tension in bolts or cables;

θ = inclination of bolt or cable to normal to failure plane;

c = cohesive strength of failure surface;

ϕ = friction angle of failure surface;

γ_r = density of rock;

γ_w = density of water;

Z_w = height of water in tension crack;

Z = depth of tension crack;

U = uplift water force;

V = driving water force;

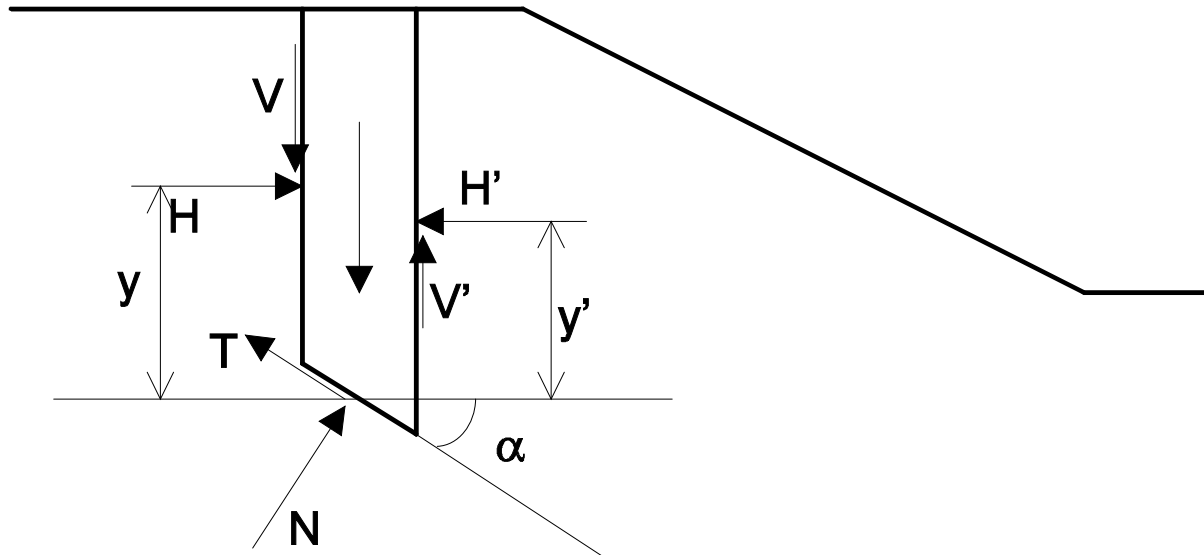
W = weight of sliding block; and

A = area of failure surface.

Méthodes des tranches

- Le sol en mouvement est découpé en tranches verticales (au moins 25)
- On écrit l'équilibre de chaque tranches et on constate un déficit de $n-2$ équations pour résoudre.
- Le choix de ces $n-2$ équations différencie les méthodes

Méthodes des tranches



$T_i, N_i, V_i, V'_i, H_i, H'_i$	pour chaque tranche	6n inconnues
$y(H_i)$ et $y'(H'_i)$	pour chaque tranche	2n inconnues
F	coefficient de sécurité	1 inconnue
		soit 8n+1 inconnues

Equations : $3n$ (équilibre) + $3(n-1)$ (interaction) + n (Coulomb) + 6 (CL)
 $\Rightarrow n-2$ équations à rajouter

Cas particuliers de la méthode des tranches

- Fellenius
 - Circulaire, pas d'effort entre tranches
 - méthode conservative
- Bishop
 - Circulaire, efforts horizontaux pris en compte, résolution itérative sur l'équation de moment
 - méthode très employée, génération facile de cercles de rupture

Cas particulier de la méthode de Bishop

- Rôle de l'eau
 - Lorsqu'il y a de fortes valeurs de u , les contraintes peuvent devenir négatives. Plusieurs tests numériques corrigent ce problème et LA méthode de Bishop peut être écrite de six façons différentes qui entraînent des résultats variant jusqu'à 30% !
 - Il faut bien connaître la méthode que l'on utilise

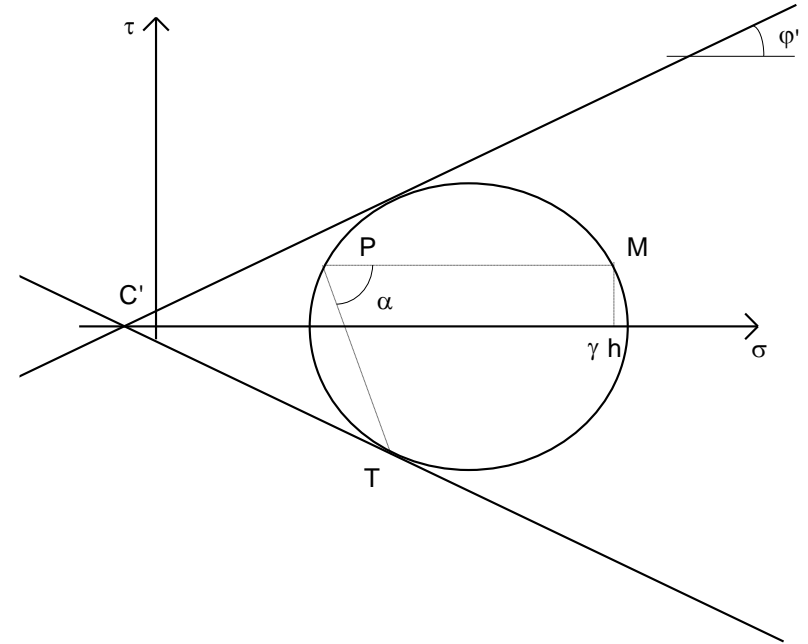
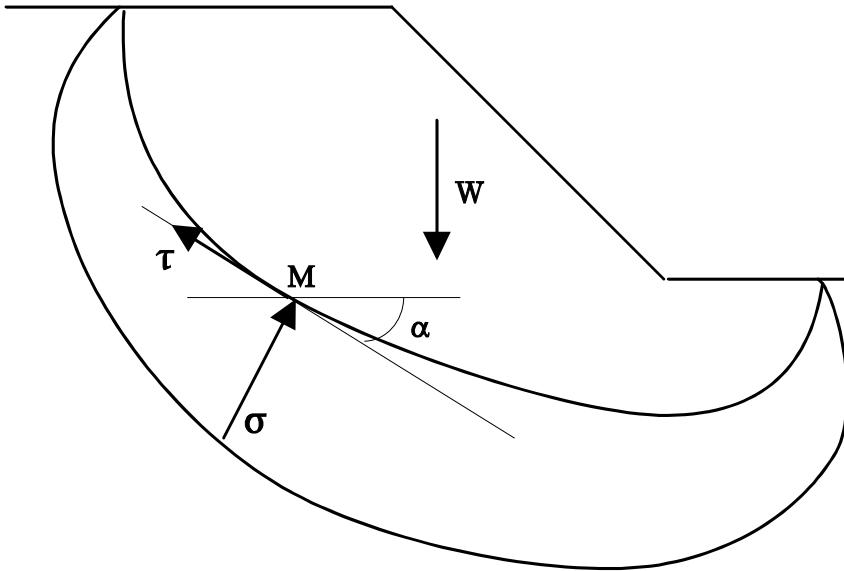
Méthodes globales

- Le lobe des contraintes normales est paramétré avec deux variables, qui 'perturbent' une valeur approchée de la contrainte normale. Avec F , les trois équations de la statiques permettent de résoudre complètement l'équilibre.

La méthode des perturbations

- Courbes circulaires et non circulaires
- Lobe de contrainte représentatif
- Facilités pour introduire des efforts externes

La méthode des perturbations

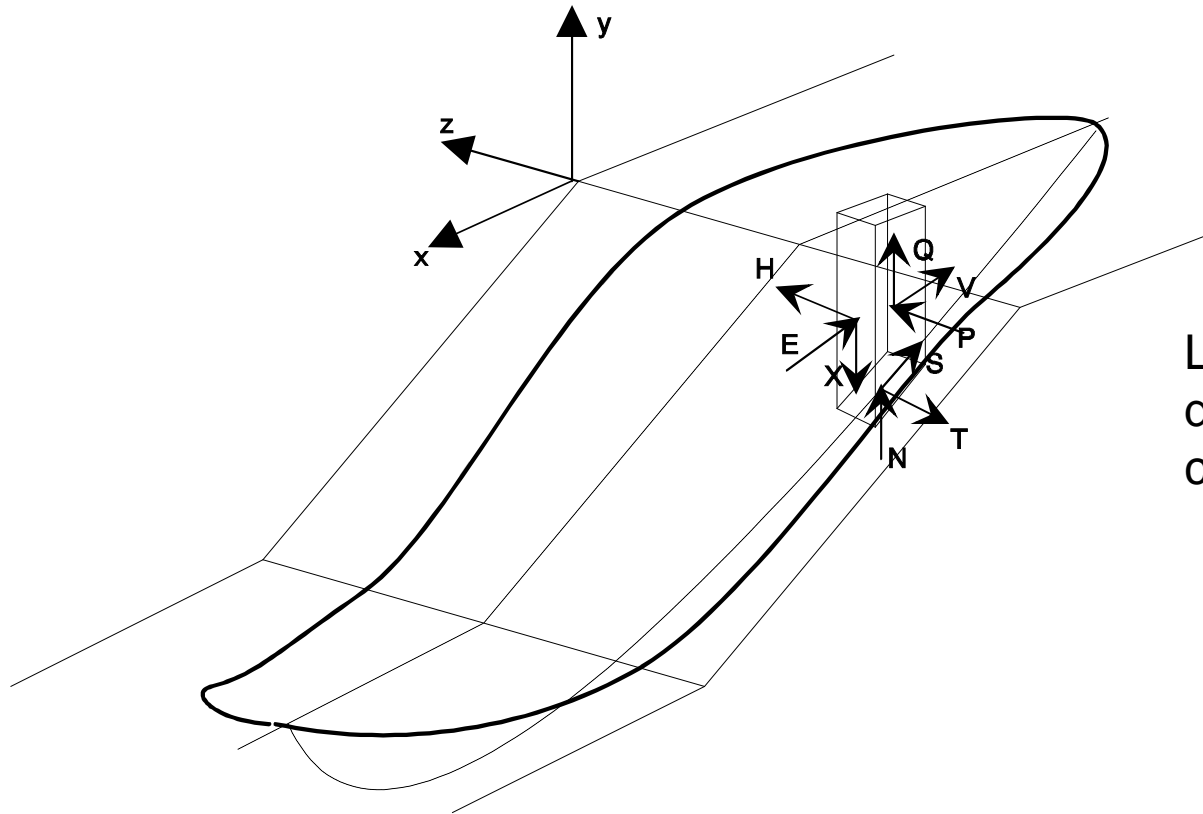


$$\sigma_n = \sigma_o (\lambda + \mu v)$$

$$\sigma_o = \frac{\sigma'_v \tan \varphi' + c'}{\cos \theta + \frac{1}{\sin \varphi'}} \cos \varphi' - \frac{c'}{\tan \varphi'} + u$$

Calcul de σ_o à l'aide du cercle de Mohr

Méthode des perturbations en 3D



Les tranches
deviennent des
colonnes

Séismes

- **Définition d'un séisme** à partir d'un sismogramme
 - Nombre de cycles équivalents
 - Accélération maximale
 - Effet de site en fonction des failles et de la topographie
- **Règlement parasismique**

Prise en compte d'un séisme

- Méthodes pseudo statiques
 - L'effet du séisme est simulé par une force non verticale appliquée sur chaque tranche
- Prise en compte de Δu
 - L'effet du séisme est simulé par une augmentation de u en fonction du nombre de cycles équivalent, de l'amplitude de cisaillement et de paramètres du sol obtenus expérimentalement
- Ramollissement du sol
 - La valeur de C_u est minorée en fonction des paramètres du séisme

Renforcement par Clouage

- Les inclusions induisent des efforts stabilisateurs estimés par une approche multi-critère dans le cas des clous 'souples' et par l'effort correspondant à une déformation imposée à un pieu dans le cas d'inclusions 'rigides'
- **Les quatre critères** qui permettent d'évaluer l'effort que peut apporter l'inclusion
 - arrachement du clou
 - le clou cisaille le sol
 - rupture du clou par cassure
 - rupture du clou par rotule plastique

Graphe d'un multi-critère

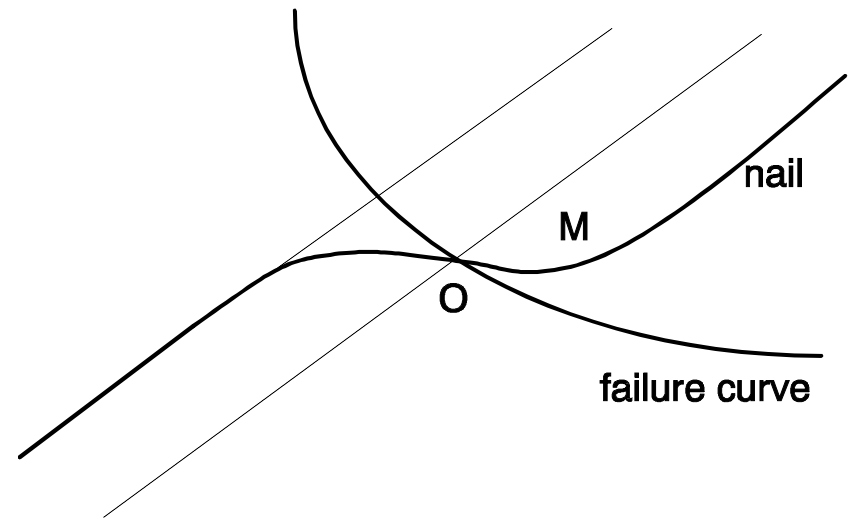
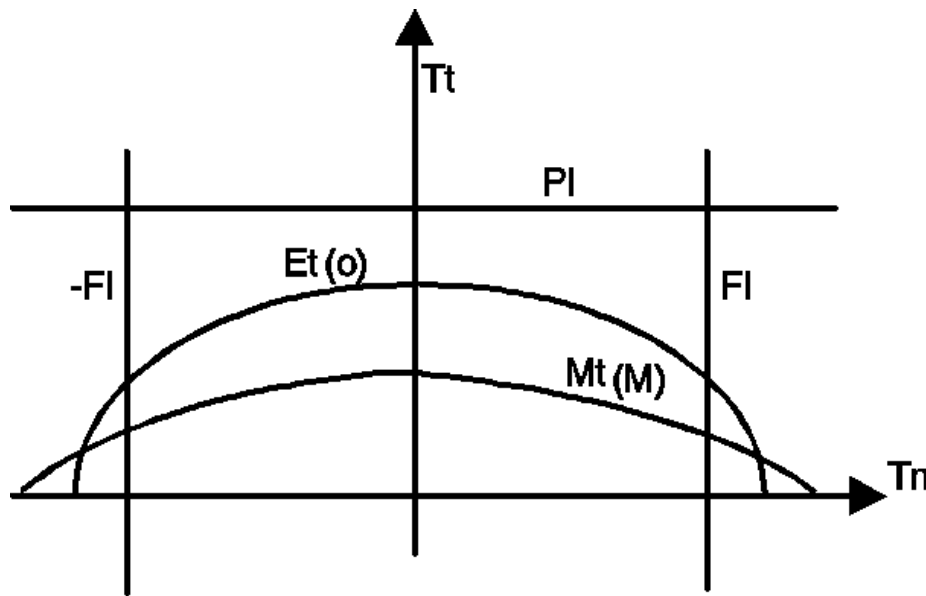


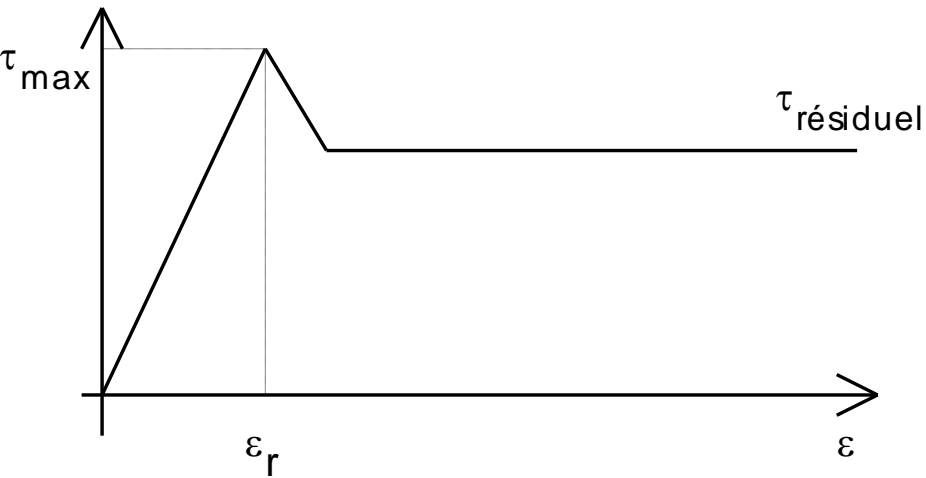
Diagramme Tn, Tt, avec les quatre critères

Déformation du clou

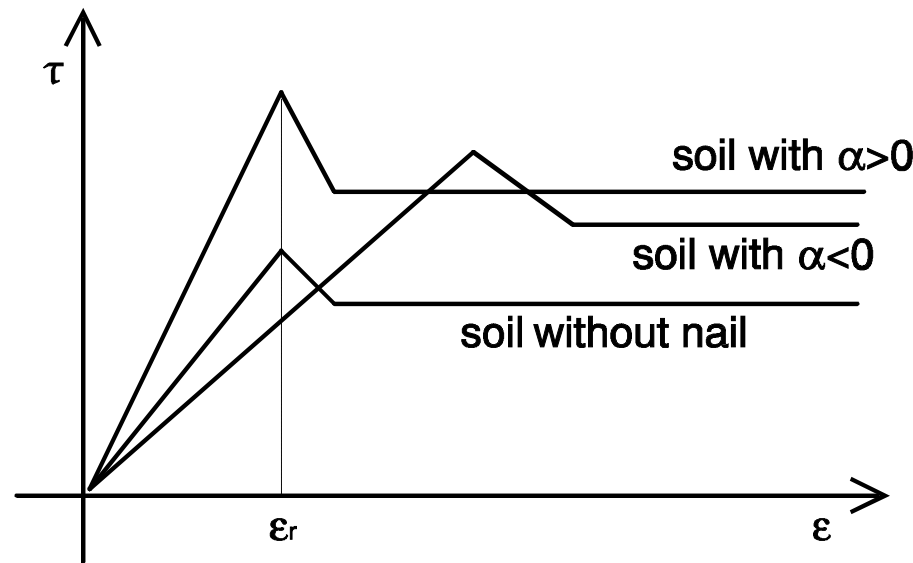
Prise en compte des déplacements

- Si on connaît le déplacement en tout point de la pente et une loi effort-déformation, on peut évaluer un coefficient de sécurité en fonction du déplacement.
- Ce qui permet de définir un seuil d'alerte.

Exemple de lois pour la prise en compte des déplacements



Sol seul

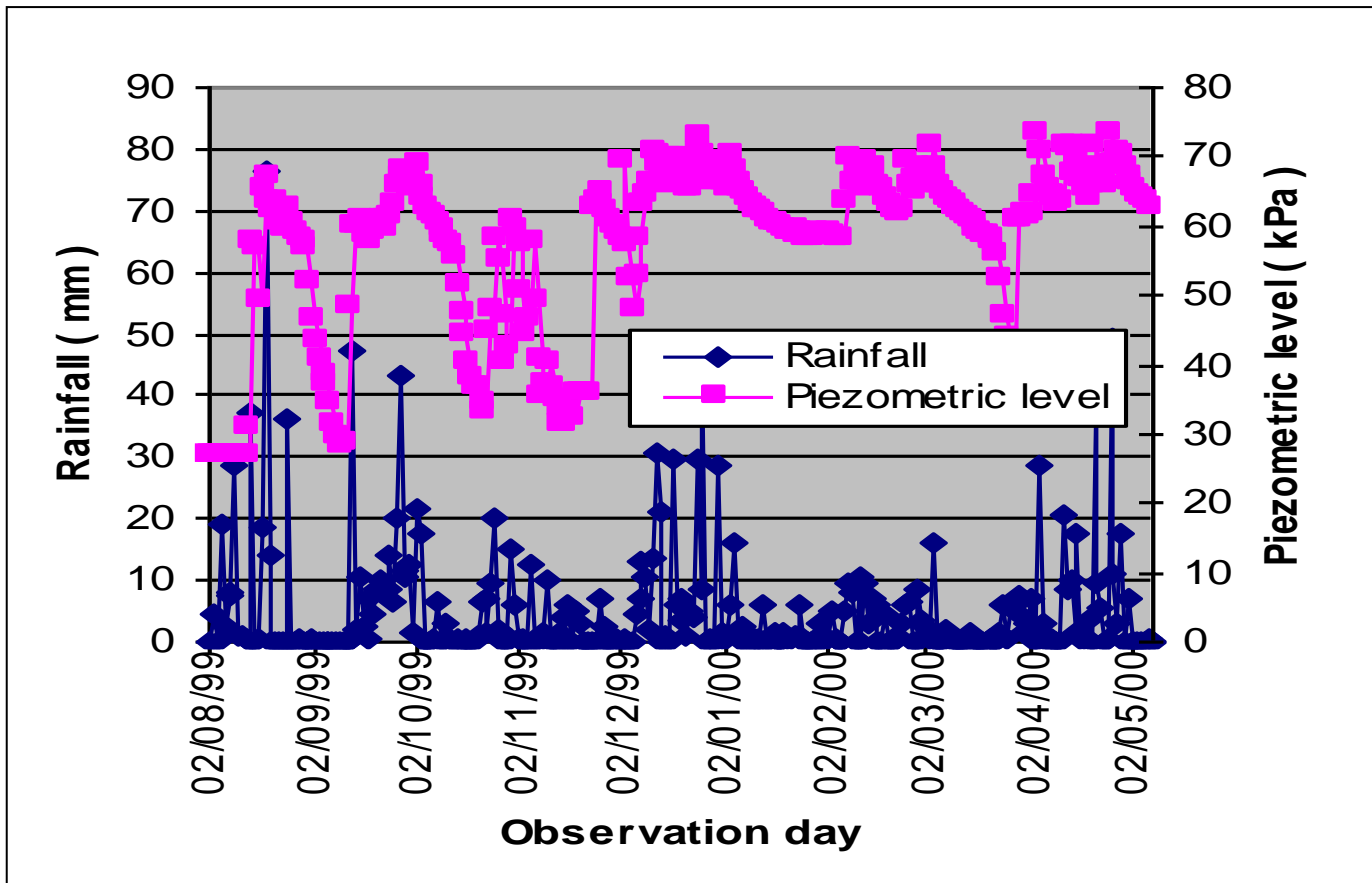


Sol avec clous

Comportement à long terme

- Pluviométrie
 - Il faut passer de la pluie à u (p.i)
- Fluage
 - la vitesse de déformation est fonction du rapport τ_{\max} / τ et τ_{\max} dépend de u

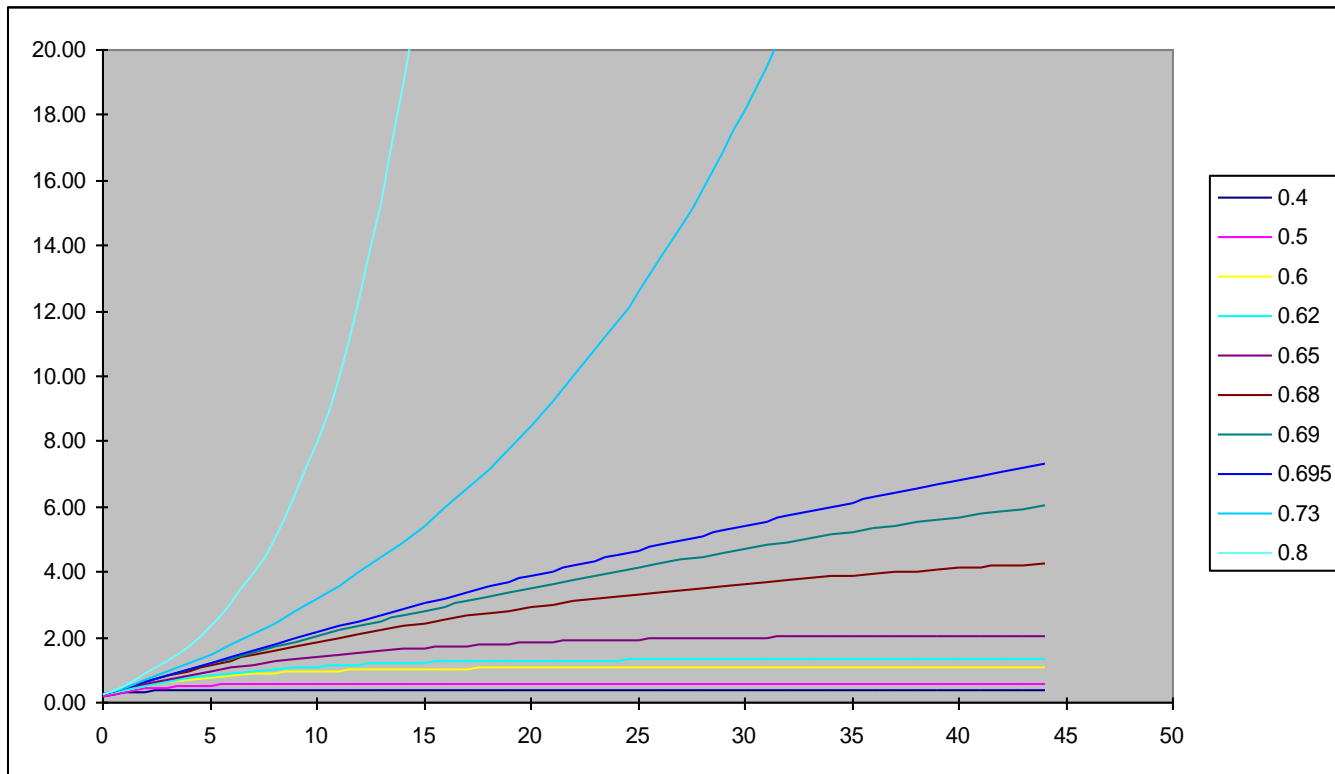
Pluviométrie



La pluie reste le facteur déclanchant le plus important

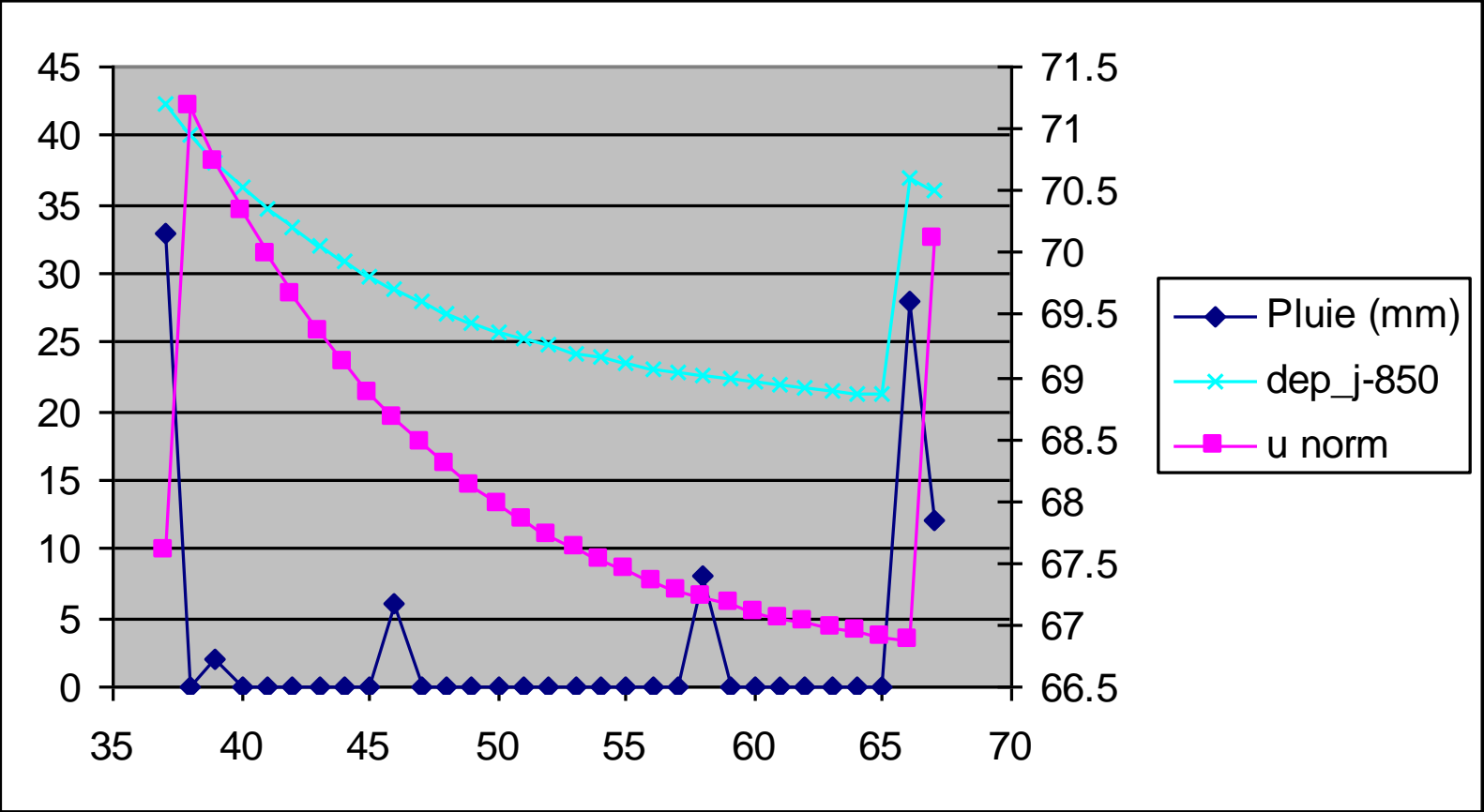
Déplacements de fluage $s = \tau / \tau_{\max}$

$$\varepsilon(s, t) = \lambda(s) + v_0(s) (\sinh((s-s_1)(t+T)) (\cosh((t+T)))^{s-s_1})$$



Pluie, pression interstitielle et déplacement

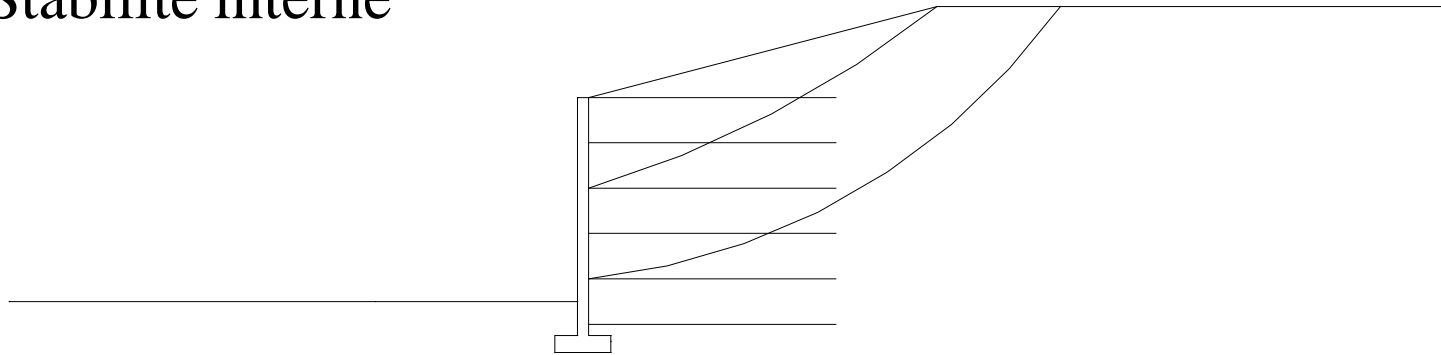
pour un suivi des déplacements en fonction de la pluie



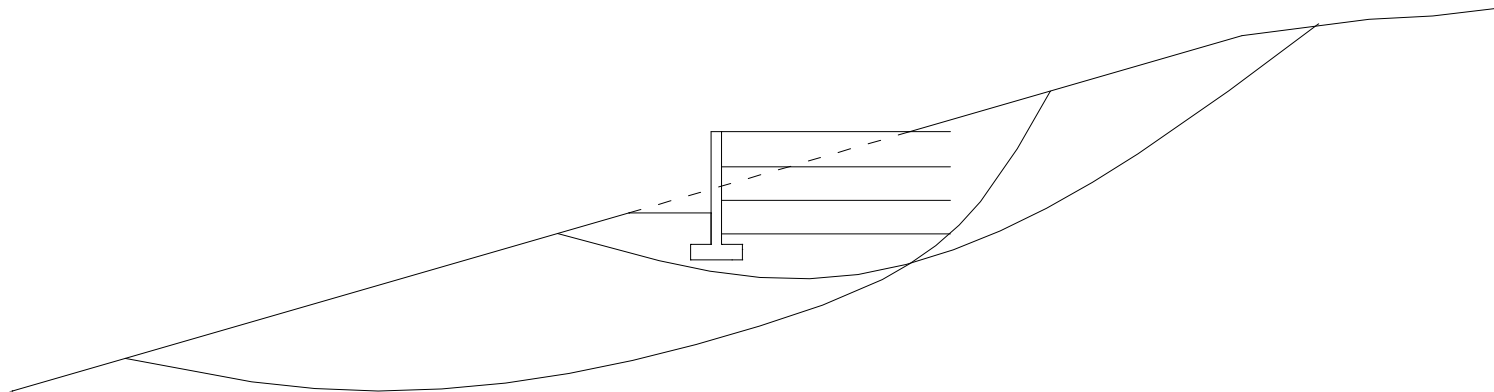
Pour les talus renforcés par géotextiles la Norme XP G38064 impose

Des formes de rupture à étudier (1)

Stabilité interne

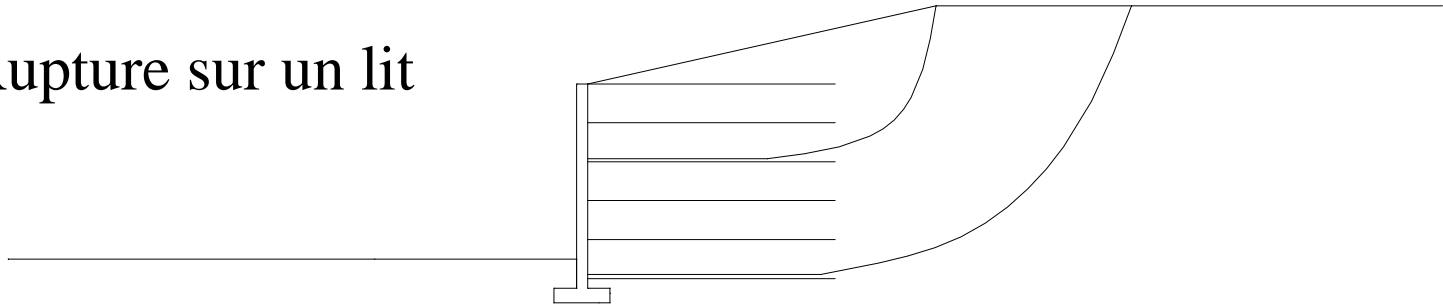


Stabilité externe

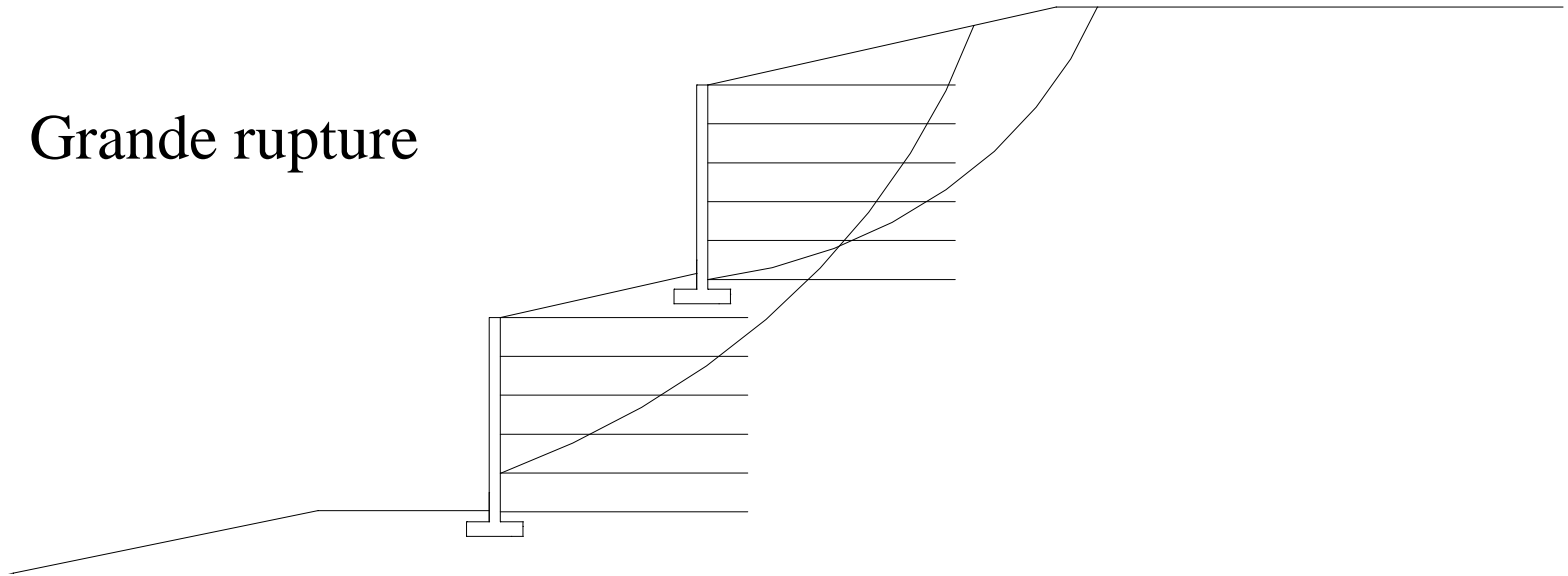


Formes de rupture à étudier (2)

Rupture sur un lit



Grande rupture



Coefficients états limites

Table 2. Limit states approach: different combinations.

Limit state approach	Parameter			
	$\Gamma_Y Y$	$\Gamma_Q q$	$\tan \phi'_s / F_s$	$\tan \phi'_{sg} / F_{sg}$
Conventional (Conv)	$\Gamma_Y = 1$	$\Gamma_Q = 1$	$F_s = 1.5$	$F_{sg} = 1.5$
NFG 38064 Proposal 1, Extensible 1 (Ext 1)	$\Gamma_Y = 1$	$\Gamma_Q = 1.3$	$F_s = 1.25$	$F_{sg} = 1.25$
NFG 38064 Proposal 2, Extensible 2 (Ext 2 ^(a))	$\Gamma_Y = 1.20$	$\Gamma_Q = 1.33$	$F_s = 1.35$	$F_{sg} = 1.35$
Extensible 2 (Ext 2 ^(b))	$\Gamma_Y = 1$	$\Gamma_Q = 0$	$F_s = 1.35$	$F_{sg} = 1.35$
NFP 94220 Inextensible (Inext)	$\Gamma_Y = 1.35$	$\Gamma_Q = 1.5$	$F_s = 1$	$F_{sg} = 1.25$
BS 8006 (Br)	$\Gamma_Y = 1.50$	$\Gamma_Q = 1.50$	$F_s = 1$	$F_{sg} = 1.30$
(Ba)	$\Gamma_Y = 1$	$\Gamma_Q = 0$	$F_s = 1$	$F_{sg} = 1.30$
Serviceability limit state (Neut)	$\Gamma_Y = 1$	$\Gamma_Q = 1$	$F_s = 1$	$F_{sg} = 1$

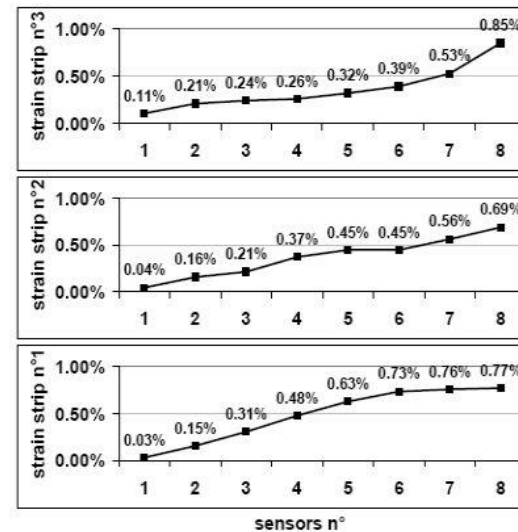
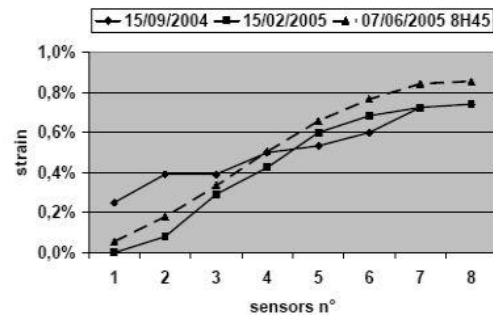
Note: (a) maximum overall tensile force; (b) minimum pull-out strength.

Pour aller plus loin

- On maîtrise les équilibres de rupture
- Mais peut-on répondre en terme de déplacements ?

Oui, si on connaît le champ de déplacement par des mesures in situ

- Topographie
- Inclinométrie
- Fibres optiques



- Forme et grandeur du champ (valeur max)
- Dix itérations

Lois de comportement effort-déformation

- Sol seul (écrouissage négatif)

- Sol renforcé
 - Clous
 - Géotextiles

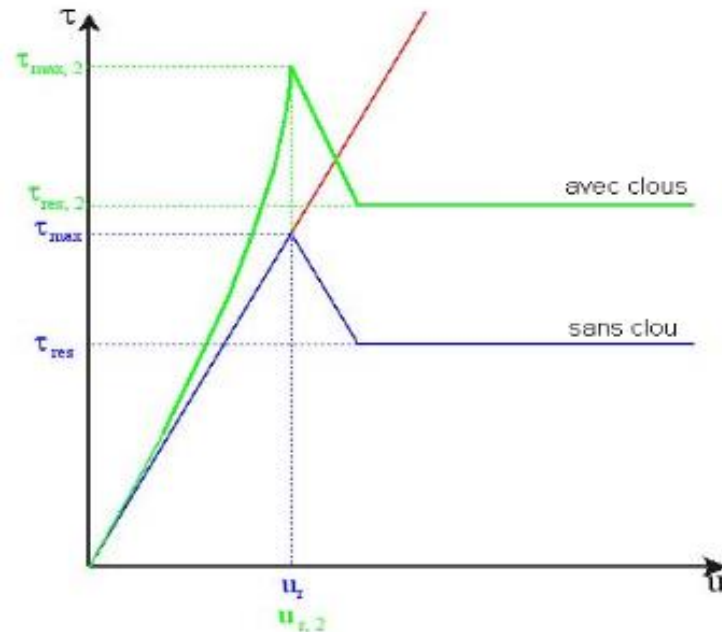


Diagramme cisaillement-déplacement d'un sol seul et amélioré

Marges de sécurité

- Par rapport à la rupture

Marge globale de sécurité
par rapport à la rupture

$$\frac{\sum_{\text{facettes}} (\tau_{\text{max}} - \tau) \cdot dS}{\sum_{\text{facettes}} \tau_{\text{eq}} \cdot dS}$$

- Par rapport à l'équilibre

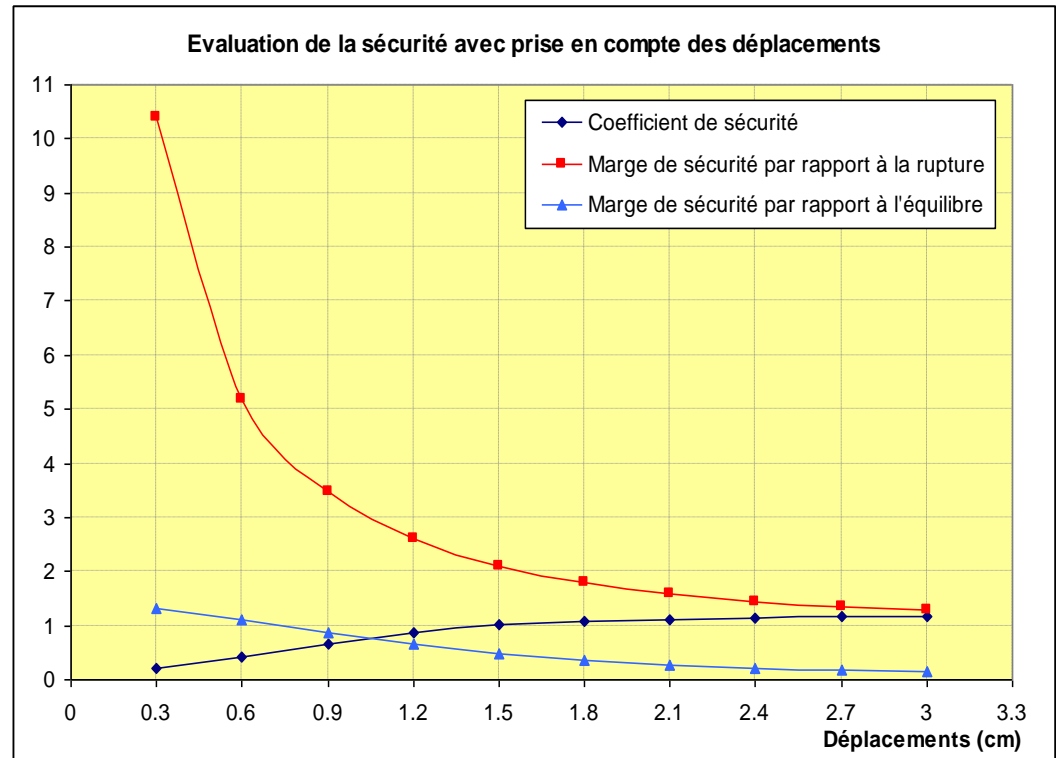
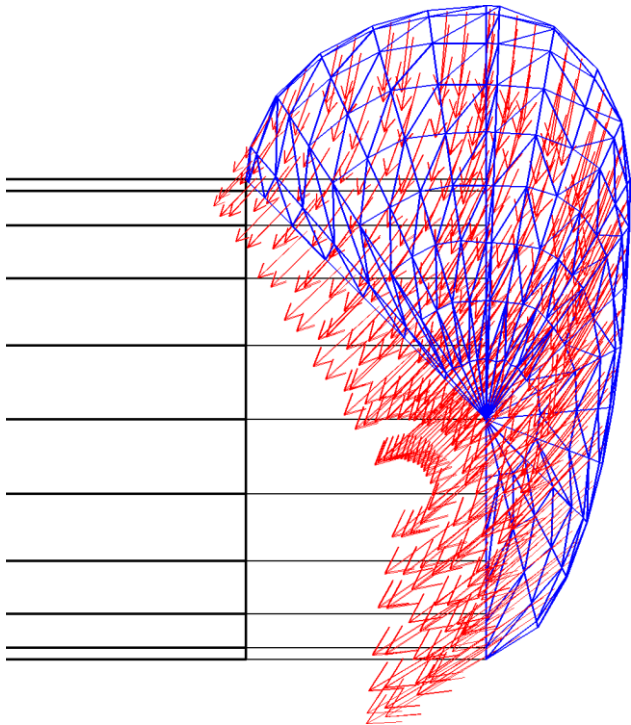
Marge globale de sécurité
par rapport à l'équilibre

$$\frac{\sum_{\text{facettes}} \frac{\tau_{\text{max}}}{\tau} \cdot dS}{\sum_{\text{facettes}} \cdot dS}$$

Extension 3D au front de taille des tunnels

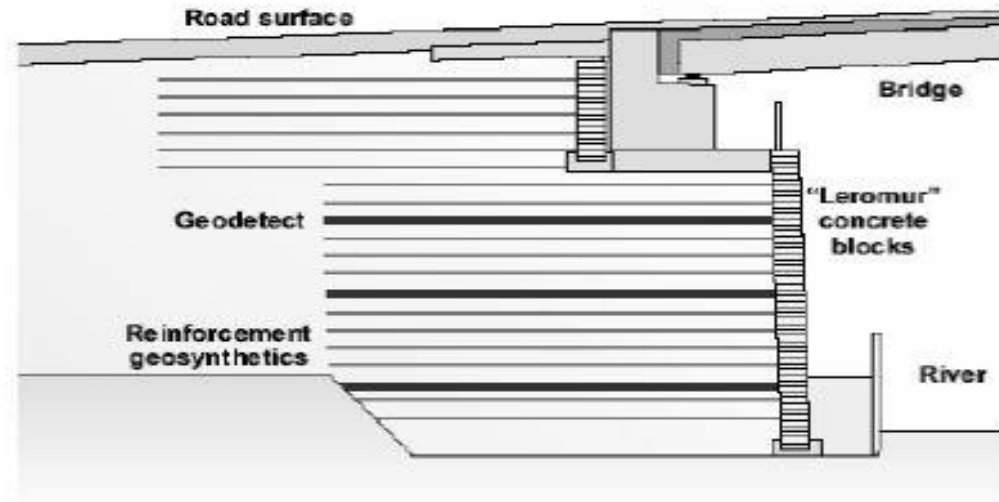
- Forme de la CR 3D
- Pression de boue
- Clouage au front
- Clouage en voûte

Exemple : le front de taille



Cas d'un mur renforcé par géotextile

- Culée de Saint Saturnin



- Label Ivor

Programme de calcul (1)

Calcul de la Stabilité interne d'un mur renforcé de géotextiles avec un parement fait de blocs

[aide en ligne](#)

Nom du projet :

exemple1

Coordonnées des 5 premiers points définissant le talus :
en mètres [aide](#)

P1 : x = -30 et y = 15

P2 : x = -20 et y = 15

P3 : x = -15 et y = 10

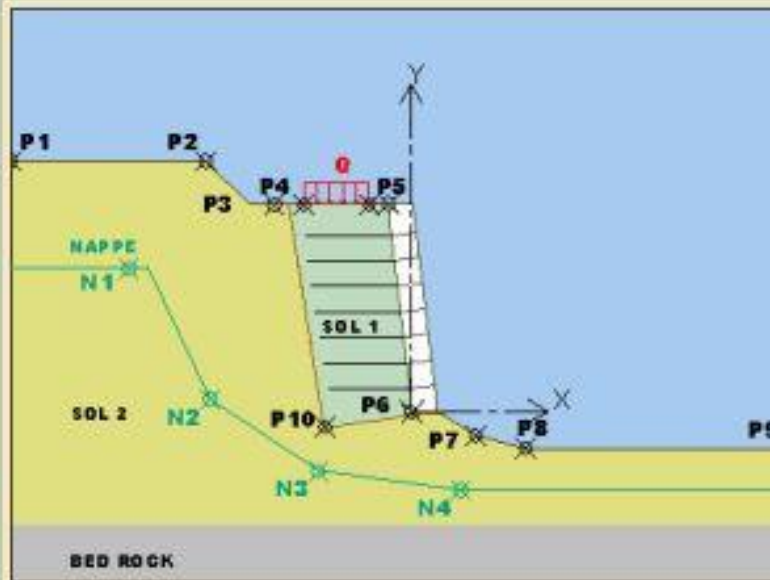


Schéma du talus

[\(retour à l'accueil\)](#)

Commentaires :

Coordonnées des 5 points suivants définissant le talus :
en mètres [aide](#)

P6 : x = 0 et y = 0 (repère)

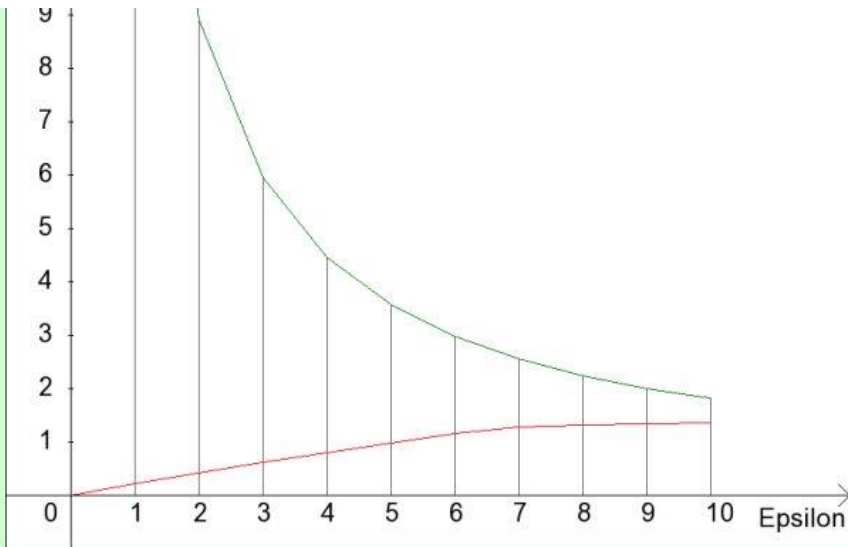
P7 : x = 2 et y = 0

P8 : x = 10 et y = -5

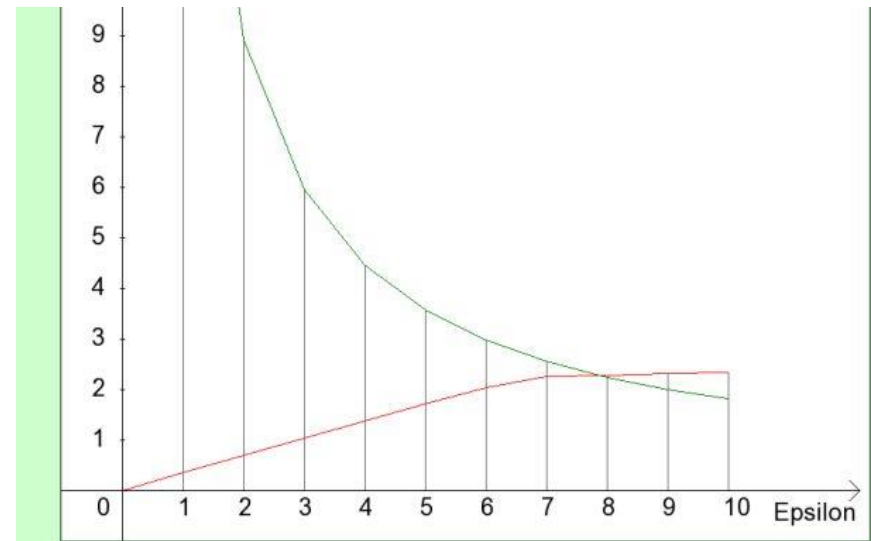
Programme de calcul (2)

P2 : x = <input type="text" value="-20"/> et y = <input type="text" value="15"/>	Schéma du talus	P7 : x = <input type="text" value="2"/> et y = <input type="text" value="0"/>
P3 : x = <input type="text" value="-15"/> et y = <input type="text" value="10"/>	(retour à l'accueil)	P8 : x = <input type="text" value="10"/> et y = <input type="text" value="-5"/>
P4 : x = <input type="text" value="-9"/> et y = <input type="text" value="10"/>	EXEMPLES ▾	P9 : x = <input type="text" value="30"/> et y = <input type="text" value="-5"/>
P5 : x = <input type="text" value="-1"/> et y = <input type="text" value="10"/>	Soumettre	P10 : x = <input type="text" value="-6"/> et y = <input type="text" value="0"/>
Coordonnées des 4 points définissant la nappe : en mètres	N1 : x = <input type="text" value="-10"/> et y = <input type="text" value="3.5"/> N2 : x = <input type="text" value="-5"/> et y = <input type="text" value="1"/>	N3 : x = <input type="text" value="-3"/> et y = <input type="text" value="-2"/> N4 : x = <input type="text" value="5"/> et y = <input type="text" value="-6"/>
<u>type de géotextiles :</u> <input type="text" value="BV30"/> ▾	<u>Type de calcul</u> <input type="text" value="mode0-pas de coef"/> ▾ kh séisme = <input type="text" value="0"/> g	<u>type de blocs :</u> <input type="text" value="leromur50"/> ▾
<u>Longueur des nappes :</u> <input type="text" value="5"/> m	<u>Nombre de blocs entre nappes :</u> <input type="text" value="3"/>	<u>Retrait bloc :</u> <input type="text" value="0"/> m
<u>Surcharge</u>	Xg = <input type="text" value="0"/> Xd = <input type="text" value="0"/> Y = <input type="text" value="0"/> Q = <input type="text" value="0"/> kN/ml	$\alpha_1 = $ <input type="text" value="0"/> °, $\alpha_2 = $ <input type="text" value="0"/> °
Paramètres géotechniques du sol en place	γ_h : <input type="text" value="21"/> kN/m ³ Cohésion : <input type="text" value="0"/> kPa	<u>frottement interne φ :</u> <input type="text" value="30"/> °
Paramètres géotechniques du remblai	γ_h : <input type="text" value="20"/> kN/m ³ Cohésion : <input type="text" value="0"/> kPa	<u>frottement interne φ :</u> <input type="text" value="30"/> °

Interprétation (3)



Avec 12 nappes



Avec 23 nappes

Pour une même marge de sécurité le déplacement est fortement réduit
Avec 23 nappes

Principales méthodes de la littérature

Morgenstern and Price

Janbu

Lowe et Karafiath

Sarma

Spencer

Méthode des coins

Caquot

Méthode de Morgenstern et Price

Référence bibliographique : Morgenstern N.R. et Price V.E., (1965), The analysis of the stability of general slip surfaces. Geotechnique V15, pp 79-93.

Hypothèse spécifique : On se donne un rapport entre les forces intertranches normale et tangentielle fonction de l'abscisse curviligne de la courbe de rupture.

Principe de résolution : On se donne une fonction $f(x)$ où x est l'abscisse curviligne le long de la courbe de rupture. On pose alors : $V_n = a \cdot f(x) \cdot H_n$ pour chaque tranche, a étant un facteur d'échelle introduit pour rendre le problème déterminé;. L'équilibre des forces et celui des moments donnent chacun un facteur de sécurité, et on modifie " a " afin de les rendre égaux. Dans la méthode originelle, les équations sont écrites de manière différentielle pour chaque tranche, puis intégrées, ce qui autorise les tranches relativement larges.

Avec le facteur de sécurité, on obtient la ligne d'application des forces intertranches, la contrainte tangentielle moyenne sur le côté des tranches ainsi que la contrainte normale à la base de chaque tranche. Ces valeurs dépendent fortement de la fonction $f(x)$ choisie.

L'admissibilité de la solution dépend de la fonction choisie, ainsi certains problèmes sont solubles avec plusieurs fonctions, d'autres ne le sont avec aucune. Il a été montré que les facteurs de sécurité donnés pour des solutions admissibles sont proches, tandis qu'ils varient fortement entre des solutions non admissibles.

Méthode simplifiée de Janbu

Premier texte Janbu, N., Bjerrum, L., and Kjaernsli, B. (1956), Veiledning ved losning av fundamenterings oppgaver (en norvégien avec un résumé en anglais : soil mechanics applied to some engineering problems). Norwegian Geotechnical Institute, Publ. No 16

Second texte plus accessible : Janbu, N. (1973). The generalised procedure of slices, In Embankment-dam engineering, Casagrande volume, Wiley-Interscience Publication.

Hypothèses spécifiques :

Le lieu des points d'application des forces intertranches est supposé connu.

La masse de sol comprise entre la surface du terrain et la courbe de rupture est divisée en tranches verticales. On se donne le lieu des points d'application des forces intertranches de manière à ce que l'équilibre des moments soit satisfait pour chaque tranche.

L'équation d'équilibre des forces donne le coefficient de sécurité. Celui-ci doit alors être corrigé par un facteur dépendant de l'allure de la courbe de rupture et des propriétés du sol. La méthode simplifiée de Janbu donne le coefficient de sécurité de la pente ainsi que la ligne d'application des forces intertranches, qui peut être contrôlée pour son réalisme. (elle doit se trouver aux alentours du tiers inférieur de la masse glissante).

Méthode de Lowe et Karafiath

Lowe, J. et Karafiath, L. (1960). Stability of earth dams upon drawdown, In Procedures of the 1st Pan-American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, (MexicoV2,pp 537-560.

Hypothèse spécifique : La pente de la résultante intertranche pour une tranche donnée est prise égale à la moyenne de la pente de la surface du sol et de la pente de la courbe de rupture sur cette tranche.

L'équilibre des forces horizontales et verticales est résolu.

Seul le coefficient de sécurité de la pente est obtenu.

Remarque : Cette méthode ne résolvant que les équilibres de forces, elle n'est pas rigoureuse et l'inclinaison des forces intertranches avec l'horizontale varie beaucoup le long de la courbe de rupture.

Méthode de Sarma

Premier texte : Sarma S.K. (1973). Stability analysis of embankments and slopes. Geotechnique V23, 4, 423-433.

Second texte plus lisible, Bromhead E.N. (1986). The stability of slopes. Surrey University Press (USA: Chapman and Hall).

Hypothèse spécifique : Le degré de stabilité d'une pente est mesuré par l'accélération horizontale qui mettrait la pente en rupture.

Principe de résolution : Dans sa méthode originelle, Sarma calcule l'accélération horizontale qui met la pente en rupture. Pour cela, il introduit une fonction entre les contraintes normale et tangentielle intertranches qui dépend de la poussée latérale des terres, et résout toutes les équations d'équilibre. Plus tard, Sarma modifia sa méthode pour autoriser les tranches non verticales, et on peut alors chercher l'accélération horizontale minimale mettant la pente en rupture en faisant varier l'inclinaison des tranches.

On retrouve le coefficient de sécurité habituel en réduisant la résistance du sol jusqu'à ce que l'accélération horizontale mettant la pente en rupture soit nulle.

Résultat : La méthode modifiée de Sarma donne une accélération horizontale critique ainsi que l'inclinaison des tranches correspondante. Le facteur de sécurité habituel peut aussi être trouvé.

Méthode de Spencer

Référence bibliographique : Spencer, E. (1967). A method of analysis for stability of embankments using parallel inter-slice forces, Geotechnique V17, pp 11-26.

Hypothèses spécifiques à la méthode :

- 1) La rupture est circulaire.
- 2) Pour toutes les tranches, la force verticale intertranche est un multiple de la force horizontale intertranche: pour la tranche i : $V_i = I H_i$

Pour résoudre on se fixe I puis on calcule successivement l'équilibre des forces et des moments ce qui donne deux coefficients de sécurité. On itère sur I jusqu'à l'égalité des deux coefficients.

La méthode de Spencer donne aussi l'angle d'inclinaison des forces intertranches (constant partout sur la pente). On peut facilement contrôler si cet angle est réaliste.

Méthode générale des coins

Donald I.B. and Zhao, T. (1995). Stability Analysis by General Wedge Methods, The Ian Boyd Donald Symposium on Modern Developments in Geomechanics, edited by C.M. Haberfield, Monash University, Melbourne, Australie.

Hypothèses spécifiques :

Le sol est divisé en blocs (minimum 3).

1) La résistance du sol est aussi mobilisée entre les blocs.

2) On estime le point d'application de la composante frottante de la contrainte tangentielle.

3) On se donne un coefficient de sécurité initial.

Principe de résolution : Les polygones des forces sont successivement tracés pour chaque bloc et on résout l'équilibre des forces puis celui des moments. Pour un bloc l'équilibre est obtenu par l'évaluation de la réaction du bloc adjacent. Pour le dernier bloc l'équilibre détermine un nouveau coefficient de sécurité. Si celui-ci est différent du coefficient initialement supposé on entame une procédure itérative.

La surface de rupture est maintenue cinématiquement admissible grâce à l'expression de contraintes sur la géométrie du mécanisme de rupture. Ceci permet une recherche automatique du système de blocs le plus instable.

Les forces dues à l'eau (pressions, forces d'entraînement) sont prises en compte dans les équilibres.

Cette méthode est prouvée être équivalente à la méthode énergétique par valeur supérieure, elle donne donc des coefficients de sécurité supérieurs ou égaux aux coefficients réels.

Méthode de Caquot. (1)

Contrairement à la méthode de Fellenius, c'est une méthode globale écrivant l'équilibre de la masse totale de sol susceptible de glisser. Etablie pour un milieu homogène de caractéristiques c et f , elle peut être généralisée au cas des couches multiples. Elle conduit au calcul de F par une équation du 3ème degré.

On suppose que la répartition des contraintes le long du cercle de glissement varie comme la hauteur h qui surmonte le point M ce qui revient à admettre que la distance entre la corde AC et la surface du talus reste faible. O est le centre du cercle.

Le bilan des forces se fait suivant les axes OY qui est l'axe de symétrie de l'arc de cercle testé et OX qui est parallèle à la corde AC .

Les forces s'exerçant sur la masse de sol susceptible de glisser sont :

1 - son poids W

2 - la résultante U des forces de pression dues à la pression interstitielle. Quelle que soit la loi de variation de la pression interstitielle, chacune de ces forces est normale au cercle de glissement, donc la résultante U passe par O et U est connue.

3 - la réaction du massif extérieur au cercle qui va s'opposer au glissement et que l'on évalue comme suit, en 4 et 5.

4 - la cohésion étant supposée constante, les forces élémentaires de cohésion le long de l'arc AC sont symétriques deux à deux par rapport à OY . Leur résultante est donc parallèle à OX et passe par un point H de OY . Elle vaut $K = (2 c R \sin a_0) / F$. a_0 est le demi angle au centre du cercle de rupture. Le moment, par rapport au centre du cercle, des forces de cohésion est : $M_t = 2 c R^2 a_0$. Ce qui permet de déterminer le point de passage de cette force. Il est sur l'axe OY à une distance de O de $OH = R a_0 / \sin a_0$.

Méthode de Caquot. (2)

5 - Le torseur des forces de frottement le long de AC : réduit en O, ce torseur est équivalent à un couple et une force. Soit P la résultante des forces normales effectives le long de l'arc AC. P passe nécessairement par O.

La résultante T des forces tangentielles a pour module : $T = P \tan j / F$. En écrivant le moment de T / O, (celui de P est nul), on remarque que ce dernier peut s'écrire $OI \cdot S$, S étant la projection de T sur OX.

Cette longueur OI dépend de la répartition des contraintes le long du cercle de rupture, si cette distribution était uniforme de A à C, on aurait le même résultat que pour la cohésion avec $OI = OH$.

Avec l'hypothèse faite sur la répartition des contraintes, Caquot obtient la position de I sur OY.

6 - Mise en équations et résolution

L'équation d'équilibre des moments donne une expression de S que l'on reporte dans les équilibres suivant OX et OY.

On obtient une équation résolvante en F de la forme $F = a + b / F + c / F^2$.

b et c sont petits et en première approximation on peut écrire

$$F = a = ((R a_0 / \sin a_0) W_y \tan j + 2 c R^2 a_0) / W d$$

ou W_y est la projection de $W - U$ sur OY et d le bras de levier de W par rapport à O.